

Benchmark entre plusieurs méthodes hybrides rapides pour modéliser et calculer la SER de cibles métalliques en milieu maritime

Corentin Carré
Lab-STICC, UMR CNRS
6285, ENSTA, Institut
Polytechnique de Paris,
Brest, France
corentin.carre@ensta.fr

Thomas Bonnafont
Lab-STICC, UMR CNRS
6285, ENSTA, Institut
Polytechnique de Paris,
Brest, France
thomas.bonnafont@ensta.fr

Ali Khenchaf
Lab-STICC, UMR CNRS
6285, ENSTA, Institut
Polytechnique de Paris,
Brest, France
ali.khenchaf@ensta.fr

Philippe Pouliguen
Agence de l'innovation de défense,
Paris, France
philippe.pouliguen@intradef.gouv.fr

Résumé—Cet article propose d'étudier plusieurs méthodes hybrides pour calculer la surface équivalente radar (SER) de cibles métalliques dans un environnement maritime. Elles combinent, d'une part, l'équation d'onde parabolique (EOP) résolue dans un domaine d'ondelettes pour modéliser la propagation des ondes jusqu'à la cible, puis d'autre part des méthodes basées sur des équations intégrales (EI) pour évaluer l'onde diffusé par celle-ci. Dans ce cadre, nous comparons une méthode hybride EOP avec l'optique physique (OP), l'une avec la théorie physique de la diffraction (TPD) et une dernière basée sur l'hybridation avec la méthode des moments (MmM) en ondelettes. Des expériences numériques dans la bande VHF sont réalisées pour valider les performances et comparer les différents modèles hybrides.

Mot clés—SER, split-step, équations intégrales, méthodes asymptotiques, méthodes hybrides, ondelettes

I. INTRODUCTION

La détection d'objets par des radars est essentielle pour de nombreuses applications civiles et militaires, notamment la surveillance côtière (détection de navires ou de nappes d'hydrocarbures), le contrôle du trafic aérien (détection d'aéronefs) et la détection de drones. Les radars doivent recueillir les informations sur ces objets, telles que leur position, leur taille, leur matériau ou leur forme, notamment par le calcul de leurs SER. Il est aussi important de prendre en compte différents phénomènes physiques, comme la réfraction, le relief et la composition du sol.

L'équation d'onde parabolique (EOP) [1] est largement utilisée dans ce contexte, car elle permet de relâcher le maillage dans la direction de propagation tout en prenant en compte les différents phénomènes évoqués. Plusieurs algorithmes ont été développés pour résoudre l'EOP, en particulier la méthode split-step Fourier (SSF) [1], [2]. Cependant, plus récemment, l'approche split-step wavelet (SSW) [3], [4] a été proposée. La propagation est ici faite dans le domaine des ondelettes, réduisant ainsi la complexité de calcul par rapport à la SSF. Malgré leurs avantages, ces méthodes sont limitées lorsqu'une cible est présente dans le canal de propagation. En effet, la taille de maillage de l'EOP dans la direction est généralement beaucoup plus importante que la dimension de la cible.

D'autre part, les méthodes basées sur la résolution d'équations intégrales (EI) sont couramment utilisées pour calculer les SER des cibles. Ces méthodes fournissent un

calcul précis du champ diffusé en maillant uniquement la surface de la cible. Pour calculer les SER de cible de grande taille rapidement, des approches asymptotiques comme l'optique physique (OP) [5], ou encore la physique théorique de la diffraction (TPD) [6] peuvent être utilisées. Pour obtenir des résultats plus précis, la méthode des moments (MmM) [7] est couramment utilisée. Cependant, cela implique une forte augmentation du temps de calcul. Pour réduire les différents problèmes listés, la solution qui émerge est d'utiliser les ondelettes comme fonctions de base de la MmM [8]. Cela permet de réduire son temps de calcul, en fonction de la compression utilisée dans le domaine des ondelettes.

Ainsi, pour prendre en compte des cibles dans le canal de propagation, il est possible d'utiliser une méthode hybride couplant l'EOP et les EI. Les méthodes hybrides existantes couplent la SSF, soit avec une méthode d'EI comme une MmM classique [9], ou une OP [10]. Dans le travail présenté ici, nous couplerons EOP/SSW avec les différentes méthodes de résolution d'EI mentionnées.

II. MODELE HYBRIDE

A. Présentation du problème

Un problème de propagation électromagnétique typique traité par un modèle hybride est illustré sur la Figure 1. Il se découpe en trois régions. Tout d'abord, celle de l'onde propagée de l'antenne source jusqu'à la cible qui est traitée par l'EOP. Cette dernière sera résolue par l'algorithme SSW dont nous ferons un rappel à la Section II-B. Ensuite, celle de l'onde propagée après la cible jusqu'à une antenne réceptrice qui sera traitée par l'équation intégrale du champ électrique avec approximation champ lointain. La résolution numérique sera faite avec l'OP, la TPD, la MmM de Galerkin, classique et en ondelettes de façon à comparer ces différentes approches. Ces méthodes seront rappelées dans la section II-C.

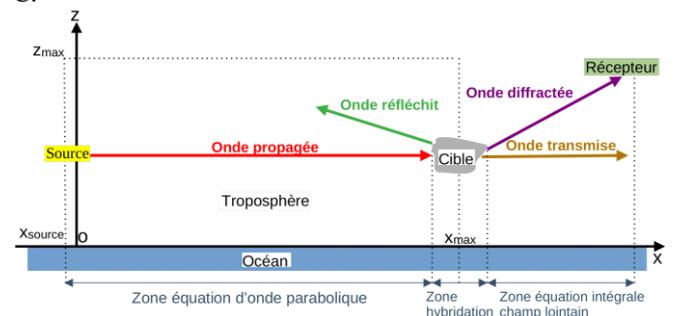


Figure 1 : Exemple de scénario typique.

B. Propagation jusqu'à l'objet : EOP/SSW

Nous nous intéressons ici à l'onde propagée jusqu'à la cible. Nous supposons, l'onde dans une polarisation transverse électrique, et introduisons le champ réduit [1] que nous noterons u , donné par :

$$u(x, z) = \sqrt{k_0 x} E_y(x, z) \exp(ik_0 x), \quad (1)$$

où k_0 correspond au nombre d'onde du milieu de propagation, (x, z) la position dans le plan de propagation, et E_y est la composante non nulle du champ électrique.

u est solution de l'EOP avec approximation grand angle [1] :

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -i \left(\sqrt{k_0^2 + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}} - k_0 \right) u - i k_0 (n_r - 1) u, \quad (2)$$

où n_r correspond à l'indice de réflexion du milieu de propagation. Cette équation est largement utilisée dans le contexte de la propagation troposphérique. En effet, elle permet de prendre en compte la réfraction et le relief tout en relâchant les contraintes sur le maillage dans la direction de propagation. Néanmoins, cette équation n'est valable que dans la direction avant et dans un cône de 90° le long de l'axe des x ici. Pour résoudre l'équation (2), nous utilisons ici la méthode SSW, pour sa faible complexité. Nous réalisons alors un maillage sur le domaine où elle a été définie en forme de grille avec un pas d'abysse Δ^{SSW}_x et d'ordonnée Δ^{SSW}_z . Un pas de calcul entre x et $x + \Delta^{SSW}_x$, avec u_x le champ à l'itération x connu, s'écrit de la façon suivante :

$$u_{x+\Delta^{SSW}_x}[\cdot] = \mathbf{RLW}^{-1} \mathbf{P}_{V_p} \mathbf{C}_{V_s} \mathbf{W} u_x[\cdot], \quad (3)$$

où \mathbf{W} correspond à la transformée en ondelettes discrète, et \mathbf{C}_{V_s} à l'opérateur de compression avec un seuil V_s [11], \mathbf{P}_{V_p} la matrice de diffusion pour les ondelettes [4], \mathbf{L} l'écran de phase prenant en compte la réfraction [1], et \mathbf{R} l'opérateur permettant de prendre en compte le relief [1].

C. Propagation depuis l'objet : onde diffusée

Maintenant, intéressons-nous à l'onde diffusée par la cible. Supposons l'antenne récepteur assez loin de celle-ci, nous calculons le champ électrique de l'onde diffusée, noté \mathbf{E}^{diff} , par sa formule intégrale, EFIE, approchée en champ lointain telle que :

$$\mathbf{E}^{diff}(\mathbf{r}) = K_\omega \int_\Gamma (\mathbf{r} \times \mathbf{r} \times \mathbf{J}(r_c)) \exp(i\mathbf{k}^{diff} \cdot \mathbf{r}) dr_c, \quad (4)$$

où Γ est la frontière de la cible, \mathbf{k}^{diff} , le vecteur d'onde pour l'onde diffusée par celle-ci, r_c la position d'un point sur Γ , \mathbf{r} le vecteur de cette position depuis l'origine, K_ω est une constante prenant la valeur $\omega \mu_0 \sqrt{\frac{i}{8 \pi k_0 |\mathbf{R}|}}$ dans laquelle ω et μ_0 sont respectivement la pulsation de l'onde et la perméabilité magnétique du milieu de propagation de celle-ci, et \mathbf{R} est le vecteur de position du récepteur depuis l'origine. Enfin, le vecteur \mathbf{J} correspond à la densité de courant électrique donnée par :

$$\mathbf{J} = \mathbf{n} \times \mathbf{H}, \quad (5)$$

où \mathbf{H} correspond au champ magnétique total de l'onde sur Γ , et \mathbf{n} la normale à Γ . Le terme intégral de (4) a été résolu ici par une méthode numérique d'ordre 4, la méthode de Simpson 1/3 [12].

Pour calculer \mathbf{J} , on trouve dans la littérature plusieurs approches. Nous commençons tout d'abord par l'OP qui supposant les ondes, incidente et réfléchie, en phase et à même amplitude permet d'obtenir une formule simplifiée de \mathbf{J} s'écrivant :

$$\mathbf{J} = 2\mathbf{n} \times \mathbf{H}^{inc}, \quad (6)$$

où \mathbf{H}^{inc} correspond au champ magnétique total de l'onde incidente sur Γ . Cette méthode est très efficace, mais néglige les effets de diffraction aux niveaux des bords de l'objet.

Ensuite, nous avons la théorie physique de la diffraction (TPD) qui permet de prendre en compte la diffraction des ondes sur les bords de la surface de cible, appelées ondes de frange. Celle-ci consiste à calculer une densité courante restreinte au bord, que nous noterons \mathbf{J}^{of} , pouvant être obtenue par la méthode des courants de bord équivalents [13].

Les deux méthodes précédentes reposent sur des approches asymptotiques. Des méthodes rigoureuses peuvent également être utilisées pour modéliser des cibles complexes ou si une grande précision est exigée. En particulier pour des cibles furtives. Parmi celles-ci, nous trouvons la MdM de Galerkin. Pour cette méthode, nous considérons tout d'abord l'équation intégrale du champ électrique sur Γ dont la forme scalaire générale s'écrit comme :

$$v_{inc}(\mathbf{x}) = \int_\Gamma G(\mathbf{x}, \mathbf{x}') \mathbf{J}(\mathbf{x}') d\mathbf{x}', \quad (7)$$

où v_{inc} est le terme source connu, soit le champ électrique ou magnétique, G le noyau de Green associé à notre problème, et \mathbf{J} la fonction de densité de courant qui représente ici l'inconnue. Pour résoudre l'équation, nous l'écrivons sous une forme variationnelle en développant \mathbf{J} sur une base de fonctions et la multipliant par des fonctions tests. La version classique de cette méthode consiste alors à une résolution d'un système linéaire complet [12] ce qui nécessite un calcul coûteux.

Une technique alternative permet de réduire celui-ci en réalisant les calculs dans un espace d'ondelettes. Ainsi, les fonctions tests et de bases considérées sont des ondelettes. En effet, elles possèdent de bonnes propriétés pour compresser les opérateurs et sont également largement utilisées pour le pré-conditionnement [8]. De plus, l'erreur de compression est directement liée au seuil utilisé [14], [15]. Dans la suite, nous utiliserons la notation $\chi_{l,p}$ pour désigner une ondelette de niveau l compris entre 0 et L , où L est le niveau maximum choisi, avec un facteur de translation p [14]. En effet, la fonction d'échelle correspondrait ici au niveau 0 et possède le même support que l'ondelette de niveau L . Il convient de noter qu'elles forment une base orthonormée, ce qui conduit à l'expression :

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}) = \sum_{l=0}^L \sum_{p \in \text{Supp}(\chi_{l,p})} J_{l,p} \chi_{l,p}(\mathbf{x}), \quad (8)$$

où $\text{Supp}(\chi_{l,p})$ est le support de l'ondelette [14], [15]. En utilisant également les ondelettes comme fonctions test, nous obtenons le système linéaire suivant :

$$A_{Va} = \mathbf{J}^w V_{Vg}, \quad (9)$$

où \mathbf{J}^w correspond au vecteur des différents $J_{l,p}$, et V_{Vg} est le terme source défini comme suit :

$$V = \int_{\Gamma} v_{\text{inc}}(x') \chi_{l,p}(x') dx'. \quad (10)$$

Notons que ce terme peut être calculé efficacement puisqu'il correspond à la transformée en ondelettes de v_{inc} . Pour finir, A est une matrice construite à partir des blocs dont les termes généraux sont les suivants :

$$A_{l,p} = \int_{\Gamma} \int_{\Gamma} \chi_{l,p}(x') \chi_{m,h}(x) G(x, x') dx' dx, \quad (11)$$

qui peuvent également être calculés efficacement en tant que transformées en ondelettes. En résolvant ce système linéaire, on obtient le vecteur \mathbf{J}^w . Enfin, la densité de courant est calculée par une transformée en ondelettes inverse et est utilisée pour calculer le champ diffusé dans (9).

D. Hybridation

L'EOP résolue par SSW permet de calculer le champ réduit dans tout le plan, ce qui inclut la position de la cible. Par conséquent, le champ électrique de l'onde incidente est connu. Cependant, ce champ ne peut pas être directement utilisé comme terme source pour résoudre l'équation intégrale, et ceci quelle que soit la méthode employée. En effet, bien que le champ puisse être connu sur la verticale sur laquelle se trouve le barycentre de l'objet, il n'est pas connu sur la surface de celui-ci. De plus, il existe une différence significative entre la taille des mailles des deux modèles : la maille définie sur la surface de l'objet, notée Δ^{EI} , est bien plus petite que le pas, horizontal, Δ^{SSW}_x , et vertical, Δ^{SSW}_z , de la grille maillant le plan de propagation. À partir de cette observation, le problème d'hybridation peut être énoncé ainsi : *comment calculer le champ sur une maille plus fine à partir d'une maille plus grossière ?* C'est donc un problème d'interpolation que nous pouvons résoudre en utilisant le théorème de la phase stationnaire. Ainsi, l'interpolation est faite uniquement sur l'amplitude du champ de façon continue en réduisant itérativement le pas du maillage par deux jusqu'à obtenir celui souhaité pour le modèle de l'EI. Cela est illustré en Figure 2 en prenant l'exemple simple d'un ruban de longueur placé le long d'un axe z à partir de la hauteur z_{ruban} .

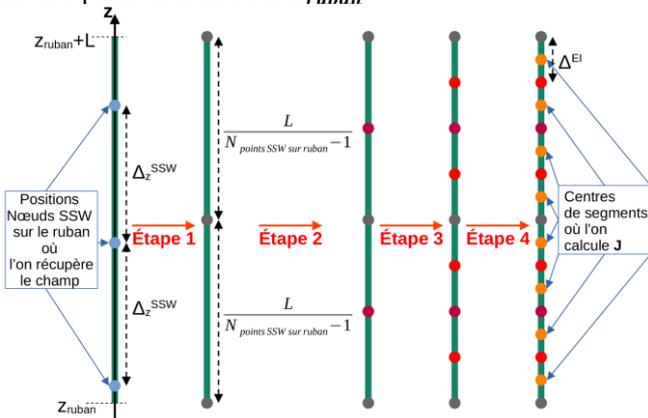


Figure 2 : Exemple d'hybridation pour un ruban de longueur L .

III. RESULTATS NUMERIQUES

Pour valider notre modèle hybride, nous considérons la propagation d'une onde à 300 MHz dans un plan Oxz , d'un point source complexe à un ruban de longueur $4\lambda_0$. La source, d'une largeur de 5 m, est positionnée à -50 m sur l'axe x et 256 m sur l'axe z . Un ruban est placé à 15 km sur l'axe x , avec son centre aligné en hauteur avec celui de la source. Ces paramètres permettent au ruban d'être directement dans le faisceau facilitant la comparaison des résultats de diffusion en champ lointain dans une configuration bistatique de -90° à 90° , comme illustré dans la Figure 3. De plus, ils permettent également de négliger l'influence du sol sur la cible.

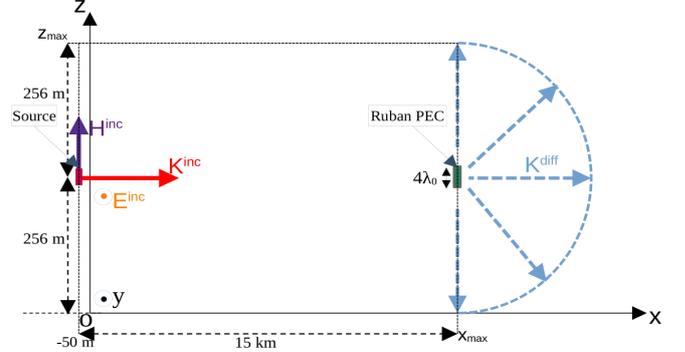


Figure 3 : Configuration étudiée.

En sélectionnant le champ électrique propagé calculé à l'aide de la SSW, nous avons déterminé le champ incident aux centres des segments du maillage du ruban. Avec ce dernier, et en utilisant les différentes méthodes hybrides énumérées en II.C, nous avons calculé \mathbf{J} . Ensuite, nous avons comparé les résultats obtenus avec d'une méthode de référence qui est ici une MdM classique avec une base de pulses [12]. Le temps mis par chacune pour différents maillages est illustré Figure 4. Nous traçons en bleu et en trait complet le temps nécessaire à construire la densité de courant avec la MdM sur la base des pulses, en pointillé orange pour la MdM en ondelettes et en trait vert pour l'OP et la TPD. Ces deux dernières étant ici regroupées, car leurs temps sont négligeables comparés à celui de la MdM.

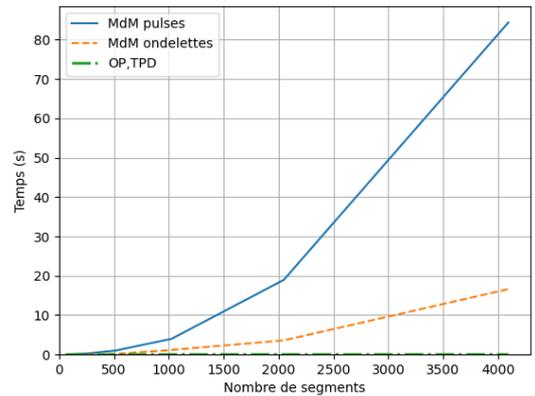


Figure 4 : Temps de calcul de \mathbf{J} .

Nous pouvons constater que l'OP et la TPD sont les plus rapides, leur temps reste proche de 0. La MdM ondelettes, bien que plus lente qu'elles, est tout de même bien plus rapide que la MdM pulses : avec le maillage le plus fin, son temps est plus de trois fois plus court. Notons que ce temps peut aussi être ajusté avec le seuil de compression pris ici pour assurer une précision de 10^{-5} .

Pour un maillage de $\frac{\lambda_0}{2046}$, les SER calculées pour les méthodes hybrides ont été comparées à une SER de référence obtenue par une MdM avec base de pulses sans la propagation, sans hybridation. En effet, le scénario permet de calculer directement la SER de la cible par la MdM de façon à valider les approches proposées et l'hybridation avec la méthode SSW. Dans la Figure 5, nous traçons les SER normalisées obtenues avec la MdM pulses en trait plein avec les différentes méthodes hybrides proposées en trait pointillé.

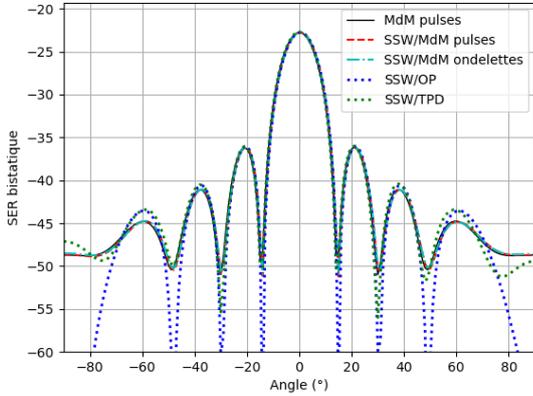


Figure 5: SER bistatique d'un ruban de longueur $4\lambda_0$.

Tout d'abord, nous pouvons remarquer SSW/MdM, avec pulses ou ondelettes sont très proches de la courbe de référence, comme attendu, validant ainsi l'implémentation de la méthode hybride. De plus, les lobes centraux de cette dernière sont retrouvés avec la courbe SSW/OP, mais celle-ci diverge sur les extrémités à cause des effets de bords. Ces différences sont considérablement atténuées concernant la courbe de SSW/TPD. Ceci permet ainsi de valider nos différentes approches sur un cas simple.

Pour tester la robustesse de la méthode d'hybridation, nous avons répété la simulation en utilisant un ruban deux fois plus long que précédemment. Les résultats obtenus, présentés en Figure 5, confirment les observations du test précédent.

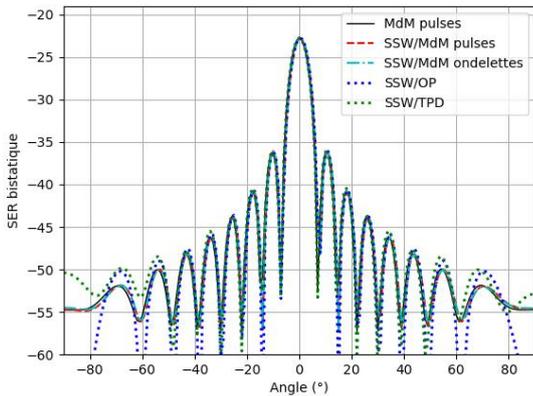


Figure 6: SER bistatique d'un ruban de longueur $8\lambda_0$.

Il est à noter que la compression utilisée pour la MdM en ondelettes est telle que l'erreur est négligeable ici. Cependant, nous aurions pu accélérer les calculs en augmentant le taux de compression au détriment du temps de calcul. Ainsi, l'hybridation de SSW avec la MdM en ondelettes permet d'avoir un curseur entre temps de calcul et précision.

IV. CONCLUSION

Dans ce travail, nous avons proposé et analysé plusieurs méthodes hybrides pour le calcul de la SER d'une cible métallique en environnement maritime, considérant les effets physiques liés à la propagation des ondes. Ces approches combinent deux modèles complémentaires : d'une part, la résolution de l'EOP via la méthode SSW pour la propagation jusqu'à la cible, et d'autre part, la résolution de l'EI à l'aide de diverses méthodes numériques pour la propagation depuis la cible. Des tests numériques réalisés en bande VHF ont permis de valider ces méthodes et de mettre en avant leurs atouts respectifs. Par exemple, la méthode hybride SSW/MdM ondelettes permet d'obtenir des résultats précis tout en réduisant significativement le temps de calcul, ajustable via un seuil de compression. Par ailleurs, la méthode SSW/TPD se distingue par sa capacité à fournir des résultats précis en un temps de calcul réduit. Ces approches pourront être étendues à des cibles aux formes plus complexes et diélectriques. De plus, nous travaillons actuellement sur une hybridation EOP/EI/EOP pour traiter des scénarios à fort bistatisme où les effets environnementaux après la cible seront considérés dans le calcul de la diffraction avec l'EOP. Enfin, il faudra tenir compte de la partie de l'onde diffractée par la mer sur la cible qui peut avoir une influence significative pour des états de mer élevés.

REMERCIEMENTS

Les auteurs tiennent à remercier la DGA-AID (Direction Générale de l'Armement/Agence de l'Innovation de Défense, France) pour son soutien dans le cadre du projet MEPOM, dans lequel ces travaux sont en cours de réalisation.

REFERENCES

- [1] Levy, M. (2000). *Parabolic equation methods for electromagnetic wave propagation* (No. 45). IET.
- [2] Dockery, D., & Kuttler, J. R. (1996). *An improved impedance-boundary algorithm for Fourier split-step solutions of the parabolic wave equation*. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 44(12), 1592-1599.
- [3] Zhou, H., Douvenot, R., & Chabory, A. (2020). *Modeling the long-range wave propagation by a split-step wavelet method*. Journal of Computational Physics, 402, 109042.
- [4] Bonnafont, T., Douvenot, R., & Chabory, A. (2021). *A local split-step wavelet method for the long range propagation simulation in 2D*. Radio science, 56(2), 1-11.
- [5] Vesperinas, M. N. (2006). *Scattering and diffraction in physical optics*. World Scientific Publishing Company.
- [6] Ufimtsev, P. Y. (2014). *Fundamentals of the physical theory of diffraction*. John Wiley & Sons.
- [7] Harrington, R. F., & Harrington, J. L. (1996). *Field computation by moment methods*. Oxford University Press, Inc.
- [8] Steinberg, B. Z., & Leviatan, Y. (1993). *On the use of wavelet expansions in the method of moments (EM scattering)*. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 41(5), 610-619.
- [9] Fabbro V., Combes P. et Guillet N. (2005), *Apparent radar cross section of a large target illuminated by a surface wave above the sea*, Progress In Electromagnetics Research, vol. 50, pp. 41–60.
- [10] Claudepierre, L., Douvenot, R., Chabory, A., et Morlaas, C. (2017). *A deterministic vor error modeling method—application to wind turbines*. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 53, no. 1, pp. 247–257.
- [11] Bonnafont, T., Douvenot, R., & Chabory, A. (2021). *Determination of the thresholds in split-step wavelet to assess accuracy for long-range propagation*. URSI Radio Science Letters.
- [12] Gibson, W. C. (2021). *The method of moments in electromagnetics*. CRC press.
- [13] Michaeli, A. (1984). *Equivalent edge currents for arbitrary aspects of observation*. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 32(3), 252-258.
- [14] Mallat, S. (1999). *A Wavelet Tour of Signal Processing*. Academic Press.
- [15] Cohen, A. (2003). *Numerical Analysis of Wavelet Methods*. Elsevier.