



Quantification d'incertitude sur des mesures quasi-optiques en bande J pour des applications à la caractérisation des matériaux

Adam El Hammoud, Titouan Marquaille, Gregory Gaudin, Clément Henry,
Thomas Bonnafont, Arnaud Coatanhay

► To cite this version:

Adam El Hammoud, Titouan Marquaille, Gregory Gaudin, Clément Henry, Thomas Bonnafont, et al.. Quantification d'incertitude sur des mesures quasi-optiques en bande J pour des applications à la caractérisation des matériaux. XXIVèmes Journées Nationales Microondes, May 2026, Lille, France. <hal-05728131>

HAL Id: hal-05728131

<https://hal.science/hal-05728131v1>

Submitted on 26 Aug 2026

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons CC BY 4.0 - Attribution - International License

Quantification d'incertitude sur des mesures quasi-optiques en bande J pour des applications à la caractérisation des matériaux

A. El Hammoud¹, T. Marquaille², G. Gaudin³, C. Henry³, T. Bonnafont², A. Coatanhay²

¹ Université de Pau et des Pays de l'Adour, Pau, France

² Lab-STICC, UMR CNRS 6285, ENSTA, Institut Polytechnique de Paris, 29806 Brest

³ Lab-STICC, UMR CNRS 6285, IMT Atlantique, 29238 Brest
clement.henry@imt-atlantique.fr

Résumé — La mesure quasi-optique en bande J d'un matériau permet d'en déduire ses caractéristiques diélectriques, p.e., sa permittivité, sans usinage préalable. Cependant, les modèles associés, p.e., les ondes planes, sont basés sur une situation déterministe où tous les paramètres du système sont parfaitement connus ; ce qui n'est pas le cas en général, p.e., présence d'un gap d'air ou d'une couche de colle dans un matériau bi-couche. Or, il est nécessaire de quantifier l'effet de cette méconnaissance a priori. L'objectif de cet article est de présenter une méthode non-intrusive de quantification d'incertitude pour un système de mesure quasi-optique en bande J basée sur les polynômes du chaos. Des tests numériques sont effectués afin de valider l'approche par comparaison avec la méthode Monte-Carlo.

1 Introduction

Pour mesurer la permittivité d'un matériau à tester (MUT) sur une large bande de fréquence l'utilisation de banc quasi-optique est très attractive. En effet, ces bancs permettent de mesurer les matériaux solides sans usinage préalable, mais également de mesurer ces paramètres pour des matériaux non solides à l'aide d'une cuve. IMT Atlantique [1] s'est doté d'un tel système afin de mesurer précisément les paramètres S d'un MUT, cf Figure 1. À partir de ces mesures, un algorithme d'inversion permet de calculer la permittivité du MUT sur toute la bande de fréquence [1, 2, 3], ici la bande J.

Pour réaliser cette inversion, il est nécessaire de bien modéliser le problème direct, c.-à-d., calculer les paramètres S dans une situation donnée. Une première approche consiste à considérer le faisceau Gaussien qui illumine le matériau comme une onde plane [1]. Le problème est que cette approche, bien que rapide, est limitée lorsque l'hypothèse d'onde plane n'est pas respectée, par exemple lorsque le matériau n'est pas parfaitement dans la zone paraxial du faisceau incident ou présente un décalage angulaire (tilt). C'est pourquoi d'autres approches basées sur les faisceaux Gaussiens ont été proposées [4, 3]. Celles-ci se basent sur une décomposition de l'onde dans le référen-

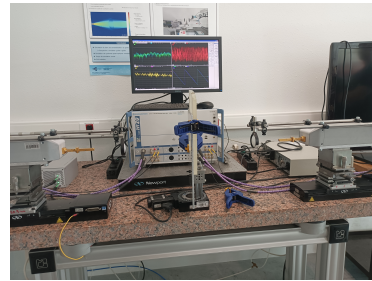


FIGURE 1. Présentation du système de mesure quasi-optique IMT Atlantique.

tiel des faisceaux Gaussiens, puis sur leurs propagation, avant une étape de sommation pour recomposer le signal et ainsi calculer les paramètres S . Ces méthodes permettent d'obtenir des résultats plus proches des résultats expérimentaux, en particulier dans des situations où l'hypothèse des ondes planes n'est plus valable, p.e., tilt du MUT, au prix d'un temps de calcul plus conséquent.

Toutes ces méthodes supposent que les conditions sont parfaitement déterminées, i.e., cas déterministe. Ceci pose un problème majeur car de façon générale, des incertitudes sont présentes, p.e., placement des lentilles, gap d'air ou colle dans les matériaux multi-couches, tilt angulaire du MUT, indice de l'air dans la pièce, etc. L'objectif de cet article est de proposer une *méthode non-intrusive* rapide, i.e., la méthode de simulation n'est pas modifiée, afin de quantifier la propagation de ces incertitudes sur le calcul des paramètres S . Une première approche serait d'utiliser la méthode de *Monte-Carlo* (MC), cependant sa vitesse de convergence en $\mathcal{O}(1/\sqrt{N_s})$, avec N_s le nombre d'échantillon, est prohibitive lorsque le code de simulation est lui-même relativement lent. C'est pourquoi nous nous basons ici sur la *décomposition en chaos polynomial* [5] (PCE) et en particulier sur les méthodes d'éléments finis stochastiques non-intrusives associées qui ont été proposées dans d'autres domaines [6, 7]. À notre connaissance, ces méthodes n'ont jamais été adaptées et utilisées dans le contexte des systèmes quasi-optiques. Il est à noter que

dans le cadre de cette communication le code considéré comme *boîte noire* pour le calcul des paramètres S est basée sur les ondes planes [1] afin d'expliquer de façon pédagogique la méthode et de pouvoir comparer facilement nos résultats avec une méthode MC. Cependant, tous les résultats sont généralisables aux cas des faisceaux Gaussiens.

2 Quantifier l'incertitude du système

2.a. Calcul des paramètres S : ondes planes

Nous supposons ici les conditions parfaitement connues et que le matériau à tester est illuminé par une onde plane. Nous nous plaçons dans le cas d'un système avec une antenne d'émission et une antenne de réception et cherchons donc à déterminer S_{11} et S_{21} . Nous supposons également que le MUT peut être multi-couches.

Tout d'abord considérons un MUT immergé dans l'air dont la permittivité complexe est notée ε_{MUT} et l'épaisseur h , alors ses paramètres S sont données par [8]

$$\begin{aligned} S_{11} &= \frac{\rho (1 - \exp(-2j\Gamma h \cos \theta_t))}{1 - \rho^2 \exp(-2j\Gamma h \cos \theta_t)}, \\ S_{21} &= \frac{(1 - \rho^2) \exp(-j\Gamma h \cos \theta_t)}{1 - \rho^2 \exp(-2j\Gamma h \cos \theta_t)}, \end{aligned} \quad (1)$$

avec $\Gamma = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\varepsilon_{\text{MUT}}}$, λ la longueur d'onde, θ_t l'angle réfracté à l'interface air-MUT, et ρ le coefficient de réflexion de Fresnel à l'interface air-MUT [8]. Enfin, l'angle θ_t est obtenu à l'aide des lois de Snell-Descartes $\sqrt{\varepsilon_{\text{MUT}}} \sin \theta_t = \sin \theta_i$.

Supposons maintenant que le MUT considéré est multi-couches, i.e., nous pouvons le décomposer en différents domaines chacun d'épaisseur h_i et de permittivité ε_i . Dans ce cas, nous commençons par transformer la matrice S obtenu à l'aide des relations précédentes en matrice de transfert T pour chacun des domaines. Ensuite, la matrice globale est obtenue en multipliant les matrices pour chacune des couches. Enfin, nous convertissons la matrice T finale en matrice S afin d'en déduire S_{11} et S_{21} .

Ainsi, si les paramètres de la simulation sont parfaitement connus alors nous pouvons calculer les paramètres S pour tout matériau. Cependant, nous pouvons naturellement nous poser la question suivante : *comment prendre en compte les incertitudes intrinsèques aux mesures expérimentales ?*

2.b. Méthode non-intrusive basée sur la PCE

Dans cette section, nous proposons une méthode non-intrusive basée sur la décomposition dans la base des polynômes du chaos afin de répondre à la question précédente.

Pour cela, nous notons par X le vecteur des paramètres d'entrée du modèle de taille m le nombre total de paramètres. Ici, ce vecteur contient par exemple les épaisseurs et permittivités de chaque couche du MUT, la permittivité de l'air, et l'angle d'incidence θ_i par rapport au MUT. Ces données étant incertaines, elles sont maintenant représentées par des variables aléatoires dans l'espace de probabilité $\mathcal{L}^2(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{P})$ et nous notons donc maintenant $X(\omega)$ le vecteur aléatoire avec $\omega \in \Omega$. Nous supposons par ailleurs

que tous les éléments de X sont indépendants et leurs lois marginales connues.

La méthode est basée sur l'écriture de X dans la base du chaos polynomial suivante [5]

$$X(\theta) = \sum_{\alpha=1}^P X^{(\alpha)} \Psi^{(\alpha)}(X), \quad (2)$$

où les $\Psi^{(\alpha)}(X)$ sont des polynômes multi-variés formant une base orthogonale par rapport à la distribution de X . Enfin, les $X^{(\alpha)}$ sont les coefficients donnés par

$$X^{(\alpha)} = \frac{\mathbb{E}(X \Psi^{(\alpha)})}{\mathbb{E}((\Psi^{(\alpha)})^2)}, \quad (3)$$

correspondant à la projection de X sur chacun des éléments de la base. La base de polynômes est choisi à l'aide du schéma de Wiener-Askey [9], p.e., les polynômes de Hermite pour des lois normales ou log-normales.

Les paramètres S_{ij} , dépendant de X , peuvent alors s'écrire dans la même base sous la forme

$$S_{ij}(X) = \sum_{\alpha=1}^P S_{ij}^{(\alpha)} \Psi^{(\alpha)}(X), \quad (4)$$

où les coefficients $S_{ij}^{(\alpha)}$ sont des coefficients inconnus à déterminer. Ces derniers peuvent s'écrire sous la même forme que l'équation (3), i.e., projection dans la base [6, 7], où seul le numérateur est à déterminer. Déterminer le numérateur revient à calculer une espérance et donc une intégrale. Dans ce travail, nous la calculons par une quadrature de Gauss adaptée aux polynômes choisis, p.e., la quadrature de Gauss-Hermite dans le cas des polynômes de Hermite. Une fois les coefficients calculés, nous obtenons un *modèle proxy* pour $S_{ij}(X)$ permettant d'obtenir rapidement les moments statistiques, un intervalle de confiance ou tout autre élément statistique pertinent [6]. Il est à noter que nous sommes dans le cas complexe et donc que pour certaines données statistiques, nous devons les recalculer à l'aide de quadrature, comme p.e. $\mathbb{E}(|S_{i,j}|)$.

3 Simulations numériques

Pour valider la méthode et montrer ses avantages, nous proposons ici de considérer trois variables comme incertaines : le tilt angulaire du MUT, l'épaisseur d'un gap d'air dans le MUT et l'épaisseur des deux couches de MUT supposées égales.

Nous nous plaçons dans le scénario suivant. Nous considérons un MUT immergé dans l'air constitué de trois couches. La première et la dernière sont d'épaisseur $h_{\text{MUT}} = 5.82$ mm et de permittivité $\varepsilon = 2 - 0.025j$ alors que celle du milieu correspond à un gap d'air d'épaisseur h . De plus, nous considérons un angle d'incidence θ_i par rapport au MUT, modélisant son tilt angulaire. Ces deux derniers paramètres sont supposés incertains. Le premier suit une loi log-normales telles que $\mu_h = 50$ μm et $\sigma_h = 0.2\mu_h$ (soit 20% d'incertitude), en effet ces paramètres doivent être positifs. L'incertitude sur l'angle d'incidence est modélisée par une loi normale centrée de

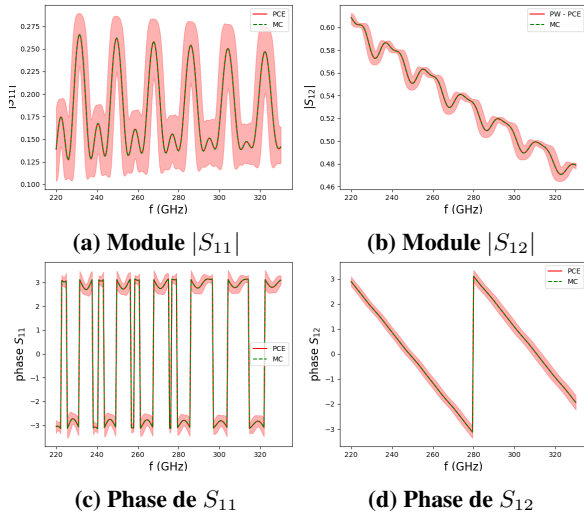


FIGURE 2. Moyenne des modules et phases des paramètres S_{11} et S_{12} calculées à l'aide de MC ou de la méthode proposée sur la bande J.

variance 0.1. Enfin, nous considérons que la mesure de h_{MUT} est donnée avec à 0.5% d'incertitude et suit une loi log-normale. Dans ce contexte, nous utilisons donc une décomposition sur la base de Hermite avec $p = 4$ éléments par variable aléatoire et une quadrature avec $d = 10$. Les simulations sont effectuées sur toute la bande J, soit entre 220 et 330 GHz.

Dans la Figure 2, nous traçons en trait plein les moyennes des modules et phases de S_{11} et S_{12} obtenues avec la méthode proposée, respectivement. Nous traçons également en pointillé le résultat obtenu avec un MC avec $N_s = 100000$ (en bleu). Enfin, l'intervalle de confiance à 90 % calculé à l'aide du modèle proxy est également tracé.

En termes de temps de calcul, la méthode proposée est ici plus rapide d'un facteur 60 par rapport à MC : la simulation est terminée en 12 s sur la bande J avec la méthode PCE contre 748 s avec MC. Ensuite, nous pouvons voir que les résultats obtenus avec la méthode proposée sont en accord avec MC sur toute la bande de fréquence. En effet, en termes d'erreur, pour l'espérance nous obtenons une différence normalisée en norme 2 de l'ordre de 1.1×10^{-3} , et de 0.1 pour la variance. Ce test permet donc de valider la méthode et montre son utilité dans la modélisation de système quasi-optique.

4 Conclusion

Nous avons développé une méthode non-intrusive basée sur les polynômes du chaos permettant de quantifier la propagation des incertitudes dans un système quasi-optique. Cette dernière a été validée par comparaison avec la méthode de Monte-Carlo en considérant deux des entrées du système comme des variables aléatoires. De plus, ces tests montrent le gain de temps drastique permis par cette méthode tout en gardant une bonne précision sur les moments statistiques et ce même pour des variables aléatoires présentant un coefficient de variation élevé.

Nous travaillons actuellement sur la validation expéri-

mentale des résultats obtenus. De plus, la méthode proposée étant non-intrusive, il sera intéressant de remplacer la modélisation en onde plane par une modélisation par faisceaux gaussiens, plus précise mais plus lente, où les gains en temps de calcul observés seront nécessaires. Enfin, un autre axe d'amélioration est le traitement de variables aléatoires dont la distribution est partiellement connue.

5 Remerciements

Ce travail a bénéficié du soutien de France 2030 dans le cadre du programme PEPR « Réseaux du futur », ainsi que du projet NF-SYSTERA, financé par l'Agence Nationale de la Recherche (ANR) sous la convention n° 22-PEFT-0006.

Références

- [1] D. Bourreau *et al.*, "A quasi-optical free-space measurement setup without time-domain gating for material characterization in the W-band," *IEEE transactions on instrumentation and measurement*, vol. 55, no. 6, pp. 2022–2028, 2006.
- [2] —, "Free space characterization in the millimeter and sub millimeter wave ranges : application to solid and non solid dielectric material properties... effect of rain on a radome," in *European Microwave Week*, 2022.
- [3] G. Gaudin *et al.*, "Quasi-optical modeling of a millimeter-and submillimeter-wave free-space characterization bench," *International Journal of Microwave and Wireless Technologies*, pp. 1–11, 2025.
- [4] M. Mrnka *et al.*, "Accurate S-parameter modeling and material characterization in quasi-optical systems," *IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology*, vol. 12, no. 2, pp. 199–210, 2022.
- [5] R. Ghanem and P. D. Spanos, "Polynomial chaos in stochastic finite elements," 1990.
- [6] B. Sudret, "Global sensitivity analysis using polynomial chaos expansions," *Reliability engineering & system safety*, vol. 93, no. 7, pp. 964–979, 2008.
- [7] —, "Polynomial chaos expansions and stochastic finite element methods," *Risk and reliability in geotechnical engineering*, pp. 265–300, 2014.
- [8] F. T. Ulaby and D. G. Long, *Microwave Radar and Radiometric Remote Sensing*. University of Michigan Press, 2014.
- [9] D. Xiu and G. E. Karniadakis, "The Wiener–Askey polynomial chaos for stochastic differential equations," *SIAM journal on scientific computing*, vol. 24, no. 2, pp. 619–644, 2002.